

Heinz Lüneburg

Von Zahlen und Größen

Dritthalbtausend Jahre
Theorie und Praxis

Band 1

Birkhäuser
Basel · Boston · Berlin

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	ix
Der rote Faden	xiii
I. Größen	1
1. Inkommensurabilität	1
2. Dedekindsche Schnitte	6
3. Proportionenlehre	20
4. Rechnen mit Proportionen	47
5. Flächeninhalte	70
6. Die vierte Proportionale	77
7. Ziffer, das Wort und die Sache	97
8. Dezimalbrüche	111
9. Nepers Logarithmen	119
10. Sinustafeln	148
II. Zahlen	163
1. Die Lehre vom Geraden und Ungeraden	163
2. Teilbarkeit	174
3. Rationale Größenbereiche	196
4. Geometrische Reihen	211
5. Buch IX	221
6. Zahlen aus Einheiten	230
7. Induktion und Rekursion	236
8. Nochmals Peano	254
III. Das zehnte Buch	257
1. Definitionen und allgemeine Sätze	257
2. Die Mediale	267
3. Existenzaussagen	273
4. Summen von irrationalen Strecken	282
5. Lineare Unabhängigkeit	285
6. Binomiale	289
7. Wurzeln aus Binomialen	299
8. Algebra in den Elementen	314
9. Fibonaccis kubische Gleichung	316
IIII. Gleichungen 2., 3. und 4. Grades	331
1. Al-Hwarizmi	331
2. Quadratische Gleichungen	345
3. Die Berechnung von Wurzeln	360
4. Nepers Arithmetica localis	378
5. Dramatis personae	387
6. Wut über eine verspielte Gelegenheit	400

7. Kubische Gleichungen	421
8. Biquadratische Gleichungen	434
9. Briefverkehr	437
V. Negative und komplexe Zahlen, Polynome	445
1. Nuñez und Bombelli	445
2. Polynome und negative Zahlen	455
3. Polynome bei Nuñez	468
4. Komplexe Zahlen	478
5. Polynome bei Bombelli	483
6. Das delische Problem	495
7. Negative Zahlen	498
VI. Nullstellen von Polynomen	507
1. Viète und Descartes	507
2. Cauchy, Exercices de mathématiques	516
3. Polynomringe	531
4. Symmetrische Polynome	544
5. Potenzsummen	563
6. Angeordnete Körper	572
7. Der Fundamentalsatz der Algebra	579
8. Gaußens zweiter Beweis	588
9. Résumé	606
Literaturverzeichnis	611
Index	633

Heinz Lüneburg

Von Zahlen und Größen

Dritthalbtausend Jahre
Theorie und Praxis

Band 2

Birkhäuser
Basel · Boston · Berlin

Inhaltsverzeichnis

VII. Resultanten	1
1. Das gaußsche Lemma	1
2. Resultanten	10
3. Polynomiale Restesequenzen	18
4. Subresultanten	23
5. Algorithmen	29
6. Der laplacesche Entwicklungssatz	33
VIII. Lagrange	37
1. Einheitswurzeln	37
2. Die große Arbeit	49
3. Über die Auflösung von Gleichungen dritten Grades	53
4. Über die Auflösung von Gleichungen vierten Grades	67
5. Gleichungen fünften und höheren Grades	80
6. Strategiewechsel	89
VIII. Der abstrakte Körperbegriff	97
1. Weber	97
2. Galoisfelder	116
3. Die Kreisteilungspolynome	129
4. Der Satz von Zsigmondy	139
5. Der Satz von Wedderburn	142
6. Endlich erzeugte Moduln	147
7. Torsionsmoduln	156
8. Der duale Modul	180
9. Endliche abelsche Gruppen sind galoissche Gruppen	189
X. Steinitz	193
1. Die p -adischen Zahlen	193
2. Einfache Erweiterungen	207
3. Algebraische Erweiterungen	214
4. Separable und inseparable Erweiterungen	222
5. Einfache algebraische Erweiterungen	234
6. Der Satz von Lüroth	237
7. Der petersonsche Algorithmus	241
XI. Transfinite Methoden	243
1. Auswahlaxiom und Wohlordnungsprinzip	243
2. Weitere transfinite Werkzeuge	257
3. Der Heiratssatz	262
4. Unabhängigkeitsstrukturen	270
5. Transzendenzbasen	275
6. Der algebraische Abschluss eines Körpers	279

7. Formal reelle Körper	287
8. Reelle Algebra	292
9. Sturmsche Ketten	300
10. Rodolfo Bettazzi	312
XII. Geometrie lebt von der Algebra	315
1. Gauß und Vandermonde	315
2. Wantzel	332
3. Pythagoreische Körper	346
4. Reine Gleichungen	351
5. Die Kreisteilungsgleichung	355
6. Kreisteilungskörper	360
XIII. Galois	365
1. Cauchy 1815 und 1844	365
2. Die sylowschen Sätze	379
3. Auflösbare Gruppen	385
4. Kongruenzrelationen und Faktorstrukturen	395
5. Freie Gruppen	411
6. Galois' Mémoire I	415
7. Irreduzible Gleichungen von Primzahlgrad	430
8. Es steht alles schon bei Dedekind	435
XIII. Miszellen	447
1. Normalbasen	447
2. Der Fundamentalsatz der Algebra	452
3. Der Satz von Lüroth	454
4. Ganzzahlige Polynome	468
5. Topologische Räume	472
6. Topologische Vektorräume	487
7. Das henselsche Lemma	492
8. Algebraische Erweiterungen von \mathbf{Q}_p	503
9. Der algebraische Abschluss von \mathbf{Q}_p	513
10. Der Satz von Heine-Borel	517
XV. Transzendente Zahlen	527
1. Kettenbrüche	527
2. Die Kettenbruchentwicklung reeller Zahlen	534
3. Liouvillesche Zahlen	542
4. Die algebraischen Zahlen sind abzählbar	544
5. Intermezzo: Lineare Unabhängigkeit	547
6. Huygens	555
7. Euler	565
8. Zusammenhang in topologischen Räumen	570
9. Die Exponentialfunktion	574

10. Die Transzendenz von e und π	581
Lebensdaten	593
Literaturverzeichnis	597
Index	615